

MAT-7

KONU TAM SAYILAR

TAM SAYILAR

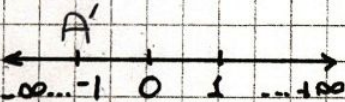
1. SAYILAR



DOGAL SAYILAR =	$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$
SAYMA SAYILARI =	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$
NEGATIF TAM SAYILAR =	$Z^- = \{-5, -4, -3, -2, -1, \dots\}$
POZITIF TAM SAYILAR =	$Z^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$
TAM SAYILAR =	$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$
REEL SAYILAR =	Sayı doğrusu üzerinde bulunan her sayı

2. TAM SAYILAR ve ÖZELLİKLERİ

- Sıfır, negatif veya pozitif bir tam sayı değildir.
- Sayı doğrusu üzerinde bulunan ardışık iki tam sayı arasında başka bir tam sayı yoktur.



$A'(-1) = -1$ tam sayısının sayı doğrusu üzerinde ki görüntüsü A' noktasıdır.

3. POZİTİF veya NEGATİF BİR TAM SAYININ MUTLAK DEĞERİ

Bir tam sayının sayı doğrusu üzerindeki görüntüsünün, başlangıç, (sıfır) noktasına olan uzaklığının birim cinsinden değerine 0 sayının mutlak değeri denir $|a|$ şeklinde gösterilir. Mutlak değer a diye okunur.

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} |-5| &= 5 = +5 \\ |+2| &= 2 = +2 \\ |0| &= 0 \end{aligned}$$

3. TAM SAYILARIN KARŞILAŞTIRILMASI

- Negatif her tam sayı sıfırdan küçüktür.
- Pozitif her tam sayı sıfırdan büyüktür.
- Sayı doğrusu üzerindeki negatif tam sayılar sıfırdan uzaklastıkça küçülürken mutlak değerleri artar.
- Sayı doğrusu üzerindeki pozitif tam sayılar sıfırdan uzaklastıkça büyürken mutlak değerleri artar.
- Negatif her tam sayı, pozitif her tam sayıdan küçüktür.
- Sayı doğrusu üzerinde bulunan tam sayılar sağa doğru gidildikçe büyürken, sola doğru gidildikçe küçülürler.

TAM SAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİ



TOPLAMA İŞLEMİNDEKİ KURALLAR

1- AYNI İŞARETLİ İKİ TAM SAYININ TOPLAMI

KURAL= (işaretine bakılmaksızın) sayıları topla ortak işareti yaz.

GENEL Pozitif sayıların toplamı pozitif, negatif sayıların toplamı negatiftir.

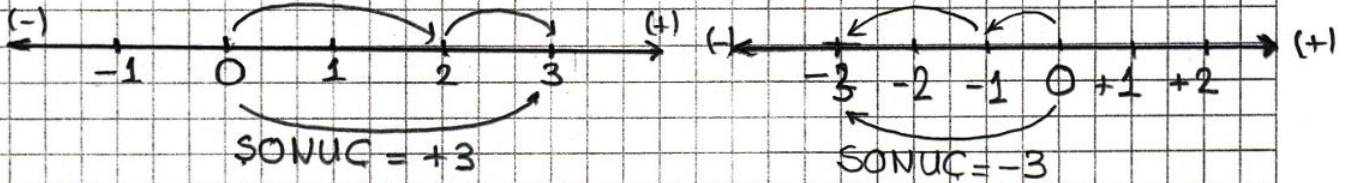
MAT-7

KONU = TAM SAYILAR

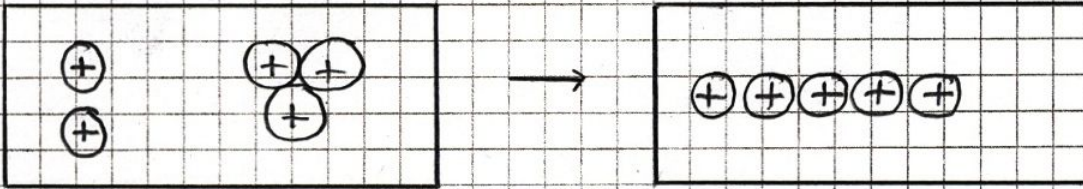
ÖRNEK

İŞLEM = $(+2) + (+1) = +3$

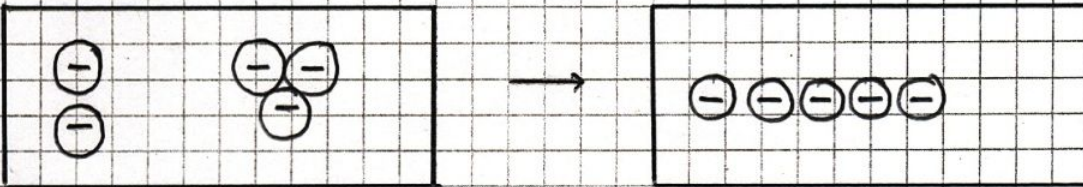
İŞLEM = $(-1) + (-2) = -3$



SAYI DOĞRUSUNDA MODELLEME

SAYI PULLARIYLA MODELLEME $(+2) + (+3) = (+5) = +5$

$$(+2) + (+3) = (+5)$$



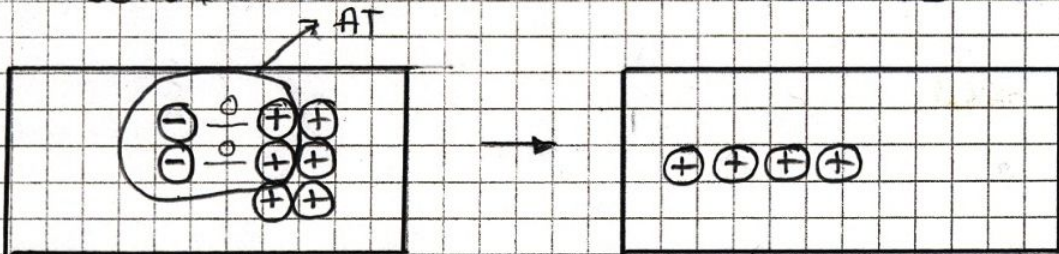
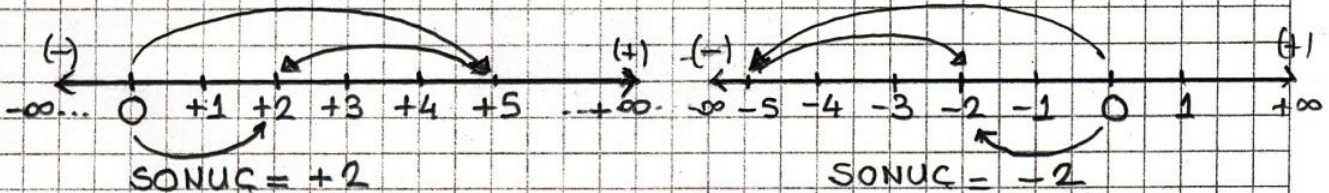
$$(-2) + (-3) = (-5)$$

2 FARKLI İŞARETLİ İKİ TAM SAYININ TOPLAMI

KURAL = (İşaretine bakılmaksızın) büyük sayıdan küçüğü çıkar. Büyükün işaretini koy.

İŞLEM = $(+5) + (-3) = +2$

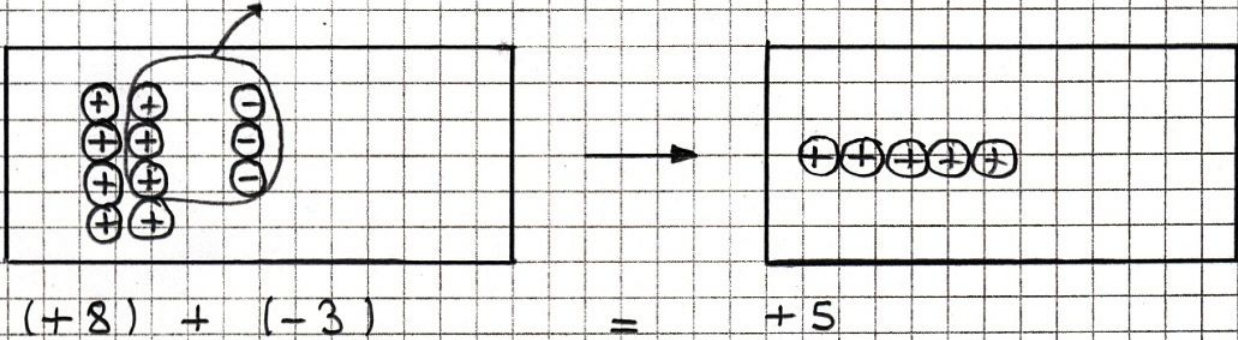
İŞLEM = $(-5) + (+3) = -2$



$$(-2) + (+6) = (+4)$$

MAT-7

KONU= TAM SAYILAR

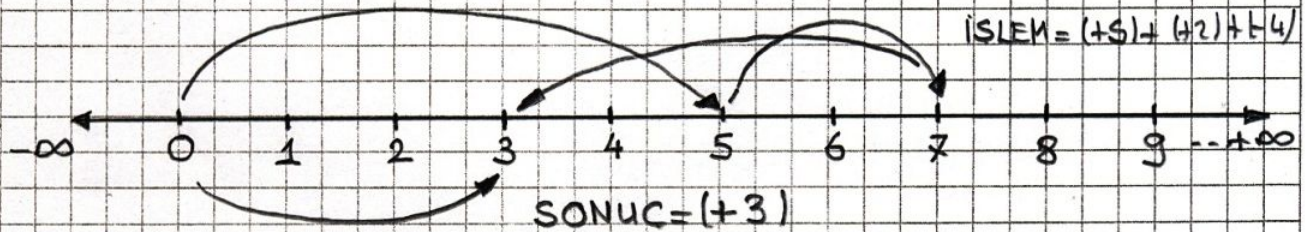


3. İKİDEN FAZLA TAM SAYININ TOPLAMA

a) İKİSER İKİSER GRUPLAMA YOLUYLA TOPLAMA

KURAL= Sayılar her defasında ikiser ikiser gruplanarak, son iki sayı kalana kadar toplanır ve sonuç bulunur. □

$$(+5) + (+2) + (-4) = [(+5) + (+2)] + (-4) = (+7) + (-4) = +3$$



b) POZİTİF ve NEGATİF TAM SAYILARA AYIRARAK TOPLAMA

KURAL= Pozitif sayılar kendi aralarında, negatif sayılar kendi aralarında toplanır. Çıkan sonuçlar birbirlerine eklenir.

$$A = -5 + 7 - 3 + 4 - 8 + 9 - 7$$

$$A = (-5) + (+7) + (-3) + (+4) + (-8) + (+9) + (-7)$$

$$A = (-5) + (+7) + (-3) + (+4) + (-8) + (+9) + (-7)$$

$$A = (+7 + 4 + 9) + (-5 - 3 - 8 - 7) = (+20) + (-23) = -3$$

$$A = -3$$

TOPLAMA İŞLEMINE AİT ÖRNEKLER

①'e ÖRNEK

$$A = +2 + 3 = (+2) + (+3) = +5 = 5$$

$$A = -2 - 5 = (-2) + (-5) = (-2) + (-5) = -7$$

②'ye ÖRNEK

$$A = +2 - 3 = (+2) + (-3) = (+2) + (-3) = -1$$

$$A = -2 + 3 = (-2) + (+3) = (-2) + (+3) = +1 = 1$$

③'e ÖRNEK

a) Sıkına Örnek

$$A = -1 + 3 - 4 + 5 - 2$$

$$A = +2 + 1 - 2$$

$$A = +3 - 2$$

$$A = +1$$

$$A = -1 + 3 - 4 + 5 - 2$$

$$A = (-1) + (+3) + (-4) + (+5) + (-2)$$

$$A = (-1) + (+3) + (-4) + (+5) + (-2)$$

$$A = [(-1) + (+3)] + [(-4) + (+5)] + (-2)$$

$$A = [(+2) + (+1)] + (-2) = (+3) + (-2)$$

$$A = (+1)$$

b) Sıkına Örnek

$$A = -7 + 5 - 3 + 2 - 1 + 4$$

$$A = (+5 + 2 + 4) + (-7 - 3 - 1)$$

$$A = (+11) + (-11)$$

$$A = 0$$

$$A = -7 + 5 - 3 - 1 + 4 + 2$$

$$A = (-7) + (+5) + (-3) + (-1) + (+4) + (+2)$$

$$A = (-7) + (+5) + (-3) + (-1) + (+4) + (+2)$$

$$A = [(+5) + (+4) + (+2)] + [(-7) + (-3) + (-1)]$$

$$A = [(+11) + (-11)]$$

$$A = 0$$

MAT-7

KONU = TAM SAYILAR

BİR TAM SAYININ TOPLAMA İŞLEMİNE GÖRE TERSİ

İki tam sayının toplamı sıfıra eşit ise, bu sayılar toplama işlemine göre birbirinin tersidir.

$$(+6) + (-6) = 0 \quad \text{ise} \quad \begin{array}{l} (+6) \text{ nin toplama işlemine göre tersi } (-6) \\ (-6) \text{ nin toplama işlemine göre tersi } (+6) \text{ dir.} \end{array}$$

TAM SAYILARDA ÇIKARMA İŞLEMİ

KURAL = İki tam sayının farkı toplam şeklinde ifade edilirken, çıkan tam sayının ters işaretlisi alınır.

$$a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a - (+b) = a + (-b) = c$$

\downarrow Eksilen \downarrow Çıkan \downarrow FARK

Çıkarma işlemi = Fark işlemi

ÖRNEKLER

$$A = (+2) - (+3) = (+2) + (-3) = -1$$

$$A = (-2) - (+4) = (-2) + (-4) = -6$$

$$A = (-2) - (-5) = (-2) + (+5) = +3$$

$$A = (+2) - (-3) = (+2) + (+3) = +5$$

iki tam sayılı çıkarma işlemine örnek

TAM SAYILARDA ÇIKARMA İŞLEMİ

İKİ TAM SAYILI ÇIKARMA İŞLEMİ

$$A = (-2) - (+5)$$

$$A = (-2) \pm (+5)$$

$$A = (-2) + (-5)$$

$$A = -7$$

İKİDEN FAZLA TAM SAYILI ÇIKARMA İŞLEMİ

$$A = -2 - (+3) + (-5) - (+4)$$

$$A = -2 \pm (+3) + (-5) \pm (+4)$$

$$A = (-2) + (-3) + (-5) + (+4)$$

$$A = (+4) + (-10) = -6$$

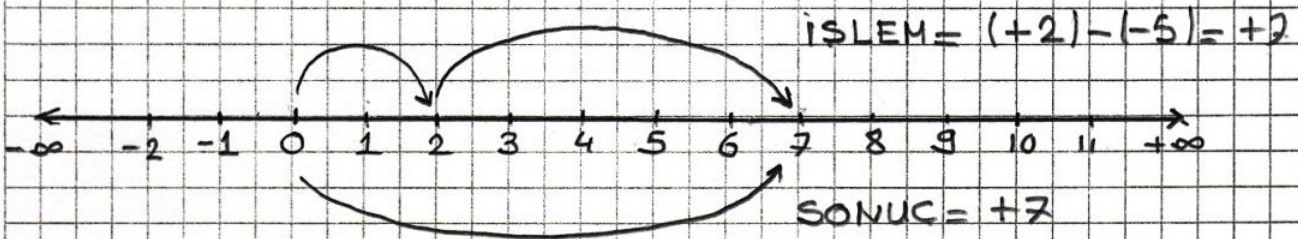
MAT-7

KONU = TAM SAYILAR

TAM SAYILARDA ÇIKARMA İŞLEMİNİN SAYI DOĞRUSUNDA GÖSTERİLMESİ

$(+2) - (-5)$ çıkarma işlemini ve sonucunu sayı doğrusu üzerinde gösteriniz

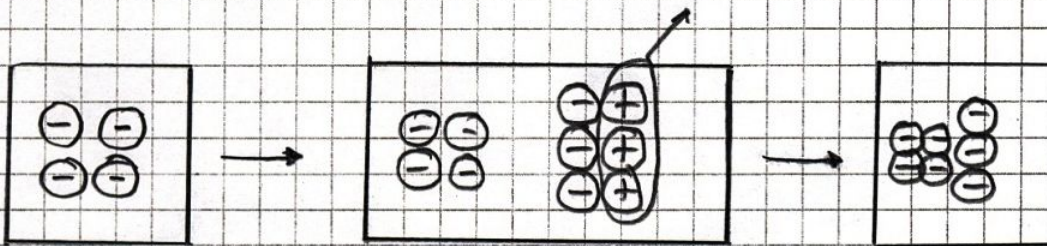
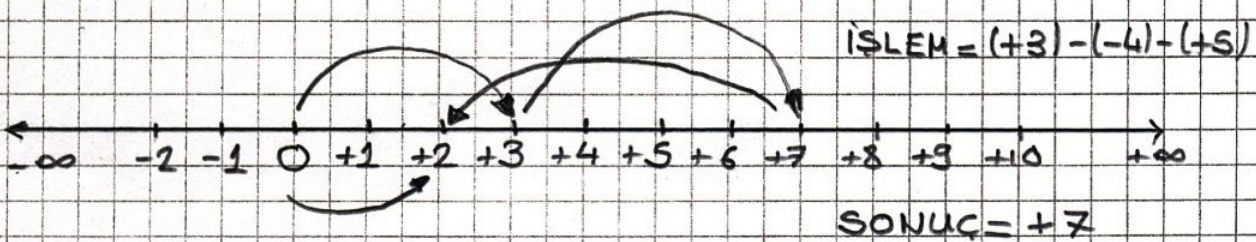
$$(+2) - (-5) = (+2) + (+5) = +7$$



$(+3) - (-4) - (+5)$ işlemini ve sonucunu sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

$$A = (+3) - (-4) - (+5) = (+3) + (-4) + (-5) = (+3) + (+4) + (-5)$$

$$A = (+7) + (-5) = +2$$



$$(-4) - (+3)$$

$$= -7$$

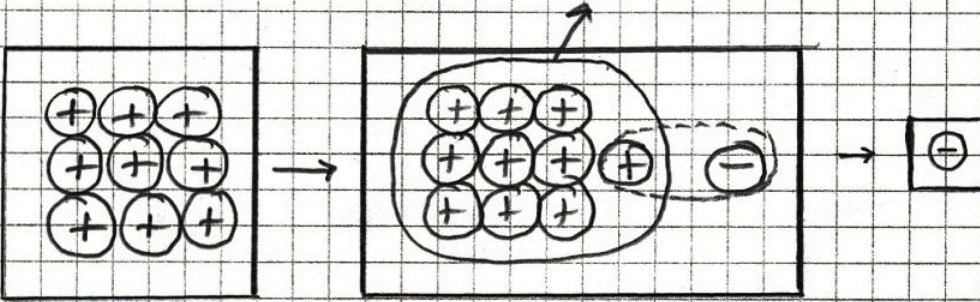
İSPAT:

$$A = (-4) - (+3) = (-4) + (-3) = (-4) + (-3) = -7$$

MAT-7

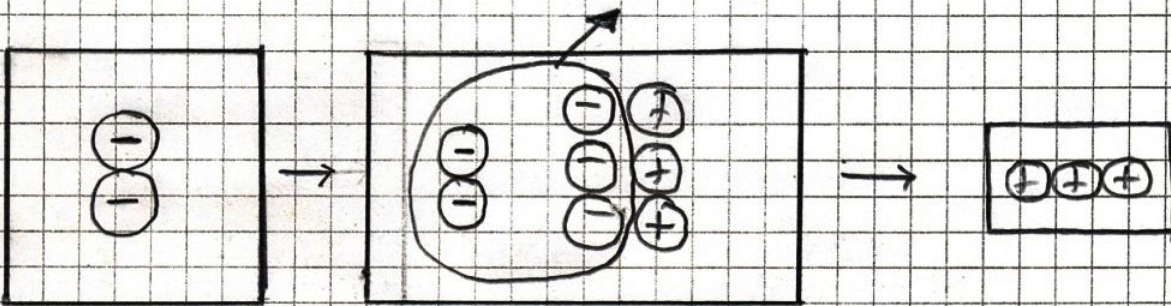
KONU = TAM SAYILAR

Aşağıda sayma pulları ile modellenen işlemlerin matematik cümlelerini yazınız.



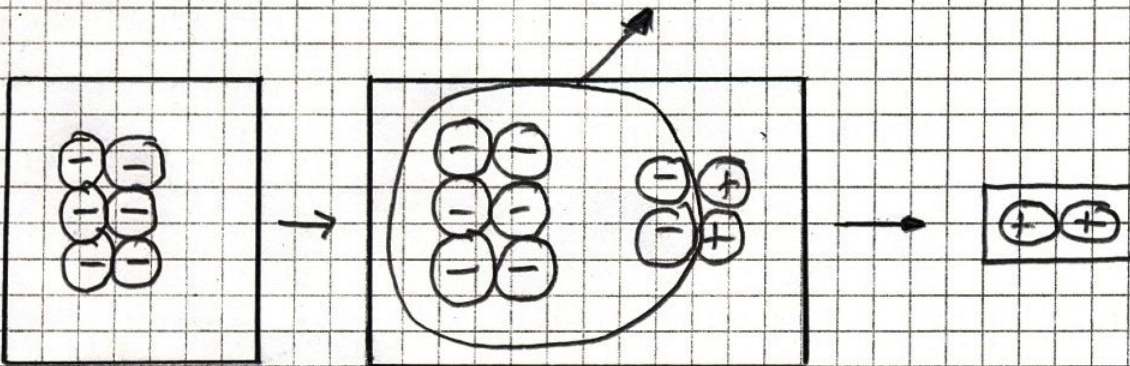
$$(+9) - (+10) = -1$$

$$\text{İSPAT} = A = (+9) - (+10) = (+9) + (-10) = -1$$



$$(-2) - (-5) = (+3)$$

$$\text{İSPAT} = A = (-2) - (-5) = (-2) + (+5) = +3$$



$$(-6) - (-8) = +2$$

$$\text{İSPAT} = A = (-6) - (-8) = (-6) + (+8) = +2$$

MAT-7

KONU = TAM SAYILAR

TAM SAYILARDA ÇARPMA İŞLEMİ

TAM SAYILARDA İŞARETLERİN ÇARPMI

İKİ İŞARETİN ÇARPMI

AYNI İKİ İŞARETİN ÇARPMI

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

FARKLI İKİ İŞARETİN ÇARPMI

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

İKİDEN FAZLA İŞARETİN ÇARPMI

$$+ \cdot + \cdot + \cdot + \cdot + \cdot + \cdot + = +$$

$$- \cdot + \cdot + \cdot + = -$$

$$- \cdot - \cdot - \cdot + \cdot + \cdot + \cdot + = -$$

$$- \cdot - \cdot + \cdot - \cdot + \cdot + \cdot + = +$$

KURALLAR =

AYNI İKİ İŞARETİN ÇARPMI

Kural = Aynı iki işaretin çarpımı pozitiftir.

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

FARKLI İKİ İŞARETİN ÇARPMI

Kural = Farklı iki işaretin çarpımı negatiftir.

$$- \cdot + = -$$

$$+ \cdot - = -$$

İKİDEN FAZLA İŞARETİN ÇARPMI

Kural = Çarpılan (-) işaretlerin sayısı çift ise pozitif tek ise Negatiftir.

HATIRLATMA = Sıfır çift bir sayıdır.

$$+ \cdot + \cdot + \cdot + \cdot + \cdot + = + \quad (\text{Sıfır tane çarpılan - var}) \text{ Çift}$$

$$- \cdot - \cdot - \cdot + \cdot + = - \quad (3 \text{ tane çarpılan - var}) \text{ Tek}$$

$$- \cdot + \cdot + \cdot + \cdot + = - \quad (1 \text{ tane çarpılan - var}) \text{ Tek}$$

$$- \cdot - \cdot + \cdot + \cdot + = + \quad (2 \text{ tane çarpılan - var}) \text{ Çift}$$

AÇIKLAMA =

Yukarıdaki işlemlerden çarpılan - işaretlerinin sayısı tek olduğunda sonuç Negatif Çift olduğunda sonuçun pozitif olduğu görülmüştür.

MAT-7

KONU= TAM SAYILAR

TAM SAYILARDA CARPMA İŞLEMİ İÇİN GENEL KURAL

Genel Kural= İisaretlerine bakılmaksızın önce sayılar çarpılır, sonra da işaretlerin çarpımı çarpımın önüne yazılır.

ÖRNEKLER

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad A &= (+2) \cdot (+3) = +6 \\ A &= (-3) \cdot (+2) = -6 \\ A &= (-3) \cdot (-2) = +6 \\ A &= (+3) \cdot (-2) = -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad A &= (+2) \cdot (-3) \cdot (+5) \cdot (+2) = +60 \\ A &= (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (+5) = -120 \\ A &= (-2) \cdot (+3) = -6 \\ A &= (-3) \cdot (+5) \cdot (-2) \cdot (-4) = -120 \end{aligned}$$

TAM SAYILARDA CARPMA İŞLEMİ

İKİ TAMSAYININ
CARPIMIİKİDEN FAZLA
TAMSAYININ
CARPIMIAYNI İŞARETLİ
İKİ TAM SAYININ
CARPIMIFARKLI İŞARETLİ
İKİ TAM SAYININ
CARPIMI

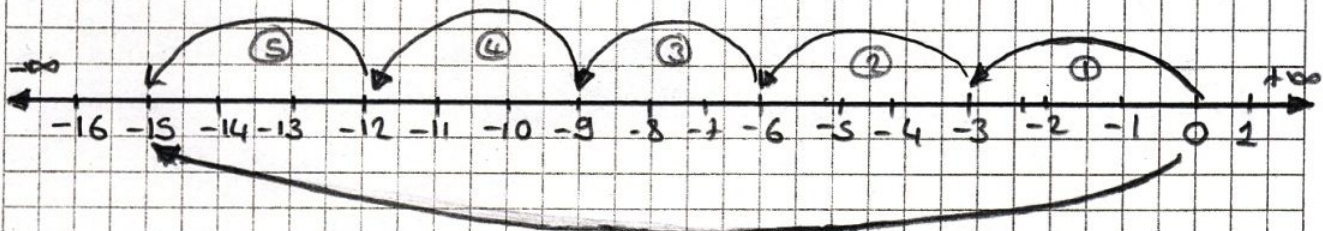
$$\begin{aligned} (+2) \cdot (+3) \cdot (+4) &= +24 \\ (+2) \cdot (+3) \cdot (-4) &= -24 \\ (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) &= -24 \\ (-2) \cdot (-3) \cdot (+4) &= +24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+2) \cdot (+3) &= +6 \\ (-2) \cdot (-3) &= +6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+2) \cdot (-3) &= -6 \\ (-2) \cdot (+3) &= -6 \end{aligned}$$

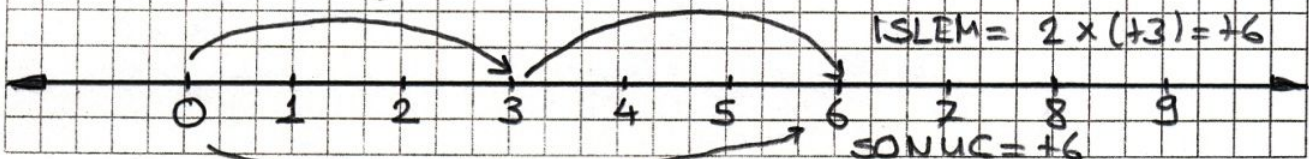
$A = 5 \times (-3)$ çarpma işlemini ve sonucunu sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

$$\text{İŞLEM} = 5 \times (-3) = -15$$



$A = 2 \times (+3)$ çarpma işlemini ve sonucunu sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

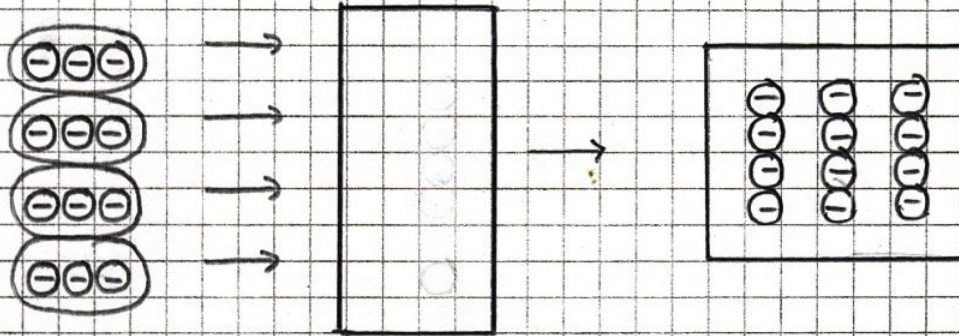
$$\text{İŞLEM} = 2 \times (+3) = +6$$



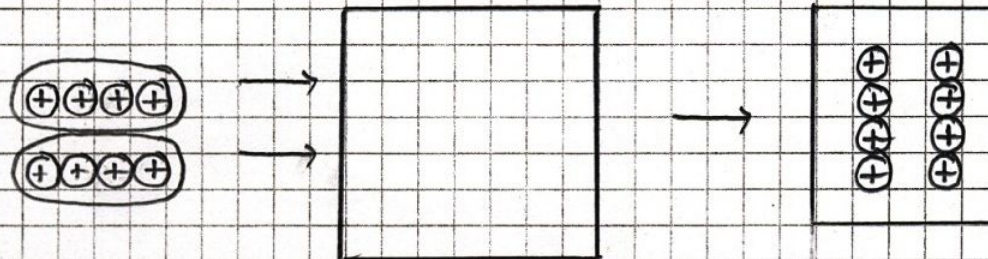
MAT-7

KONU= TAM SAYILAR

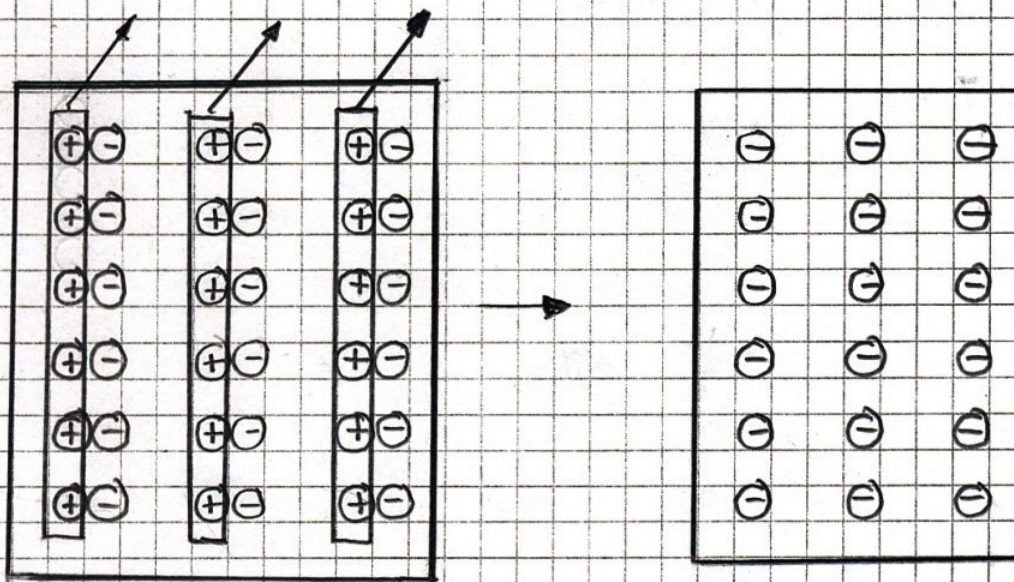
Aşağıda sayma pulları ile gösterilen işlemleri cebirsel olarak ifade ediniz.



$$4 \cdot (-3) = (-12)$$



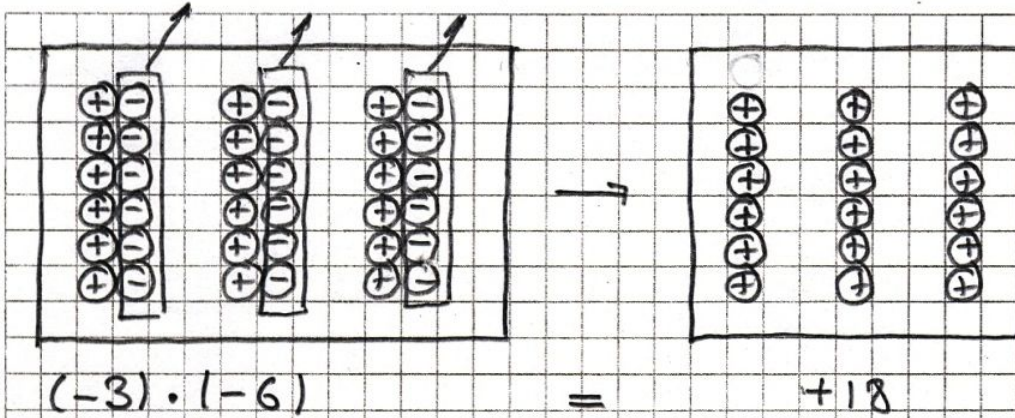
$$2 \cdot (+4) = +8$$



$$(-3) \cdot (+6) = -18$$

MAT-7

KONU= TAM SAYILAR



TAM SAYILARDA BÖLME İŞLEMİ

Çarpma işlemindeki kurallar, bölmede de geçerlidir. Arka arkaya bölme, ya da çarpma işlemi yapıldığında öncelik sol taraftadır. (İşleme sol taraftan başlanır.)

ÖRNEKLER:

$$(+4) : (-2) = -2$$

$$(+8) : (+4) : (-2) = -1$$

$$(+4) : (+2) = +2$$

$$(-4) : (+2) = -2$$

$$\frac{+4}{-2} = (+4) : (-2) = -2$$

$$(-4) : (-2) = +2$$

$$(+8) : (+4) : (-2) = [(+8) : (+4)] : (-2) = (+2) : (-2) = -1$$

$$+2 \cdot (-3) : (+3) = [+2 \cdot (-3)] : (+3) = (-6) : (+3) = -2$$

BAZI ÖNEMLİ BÖLME İŞLEMLERİ

$$\frac{0}{0} = \text{TANIMSIZ}$$

$$\frac{20}{1} = 20$$

$$\frac{0}{1} = 0$$

$$\frac{-40}{1} = -40$$

$$\frac{1}{0} = \text{TANIMSIZ}$$

$$\frac{A}{1} = A$$

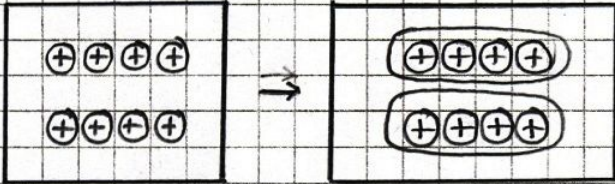
$$\frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{(A+B) \times C}{1} = (A+B) \times C$$

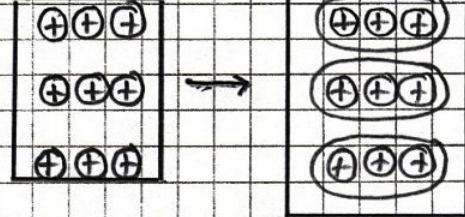
MAT-7

KONU = TAM SAYILAR

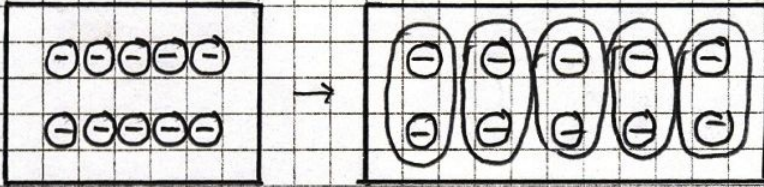
Aşağıda sayma pulları ile gösterilen işlemleri cebirsel olarak ifade ediniz.



$$(+8) \div 2 = +4$$



$$(+9) \div 3 = +3$$



$$(-10) \div 5 = (-2)$$

HATIRLATMA ÜSLÜ SAYILAR

$$(-2)^0 = 1$$

$$(-2)^1 = -2$$

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$$

$$1^0 = 1$$

$$1^1 = 1$$

$$1^{-5} = \frac{1}{1^5} = \frac{1}{1} = 1$$

$$1^2 = 1 \times 1 = 1$$

$$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$1^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$1^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$(-1)^0 = 1$$

$$(-1)^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$$

$$(-1)^2 = -1$$

$$(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

MAT-7

KONU= TAM SAYILAR

TAM SAYILARDA ÜS ALMA

N = Negatif
P = Pozitif
T = Tek sayı
Ç = Çift sayı

① $N^T = N$, $N^Ç = P$

② $P^{TH} = P$

N = Negatif sayı
P = Pozitif sayı

TH = Tüm kuvvetler.
(Tek veya çift)

① Kural = Negatif Tamsayıların Tek kuvvetleri Negatif, çift kuvvetleri pozitifdir.

② Kural = Pozitif Sayıların Tüm kuvvetleri pozitifdir.

$$(-2)^3 \longrightarrow \begin{array}{l} -2 \text{ üzeri üç} \\ -2 \text{ nin üçüncü kuvveti} \\ -2 \text{ üssü 3} \end{array}$$

$$(-2)^3 = N^T = N = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$0^0 = \text{TANIMSIZ}$$

$$1^1 = 1, \quad 2^0 = 1, \quad (-3)^0 = 1$$

$$(+2)^5 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = 32$$

$$(+2)^3 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = 8$$

HATIRLATMA =
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{8}$$

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5 \cdot 5} = \frac{1}{25}$$