ÜSLÜ SAYILAR

Üs Kavramı

Tanım= a bir reel sayı n pozitif bir tamsayı olmak üzere n tane a sayısının çarpımı a^n ile ifade edilir.

$$\underbrace{a.a.a.\ldots.a}_{n \text{ tane}} = a^n \quad n \to \text{üs},\ a \to \text{taban}, \quad a^n \to \text{üslü sayı}$$

ÜSSÜ NEGATİF OLAN TAM SAYILARI RASYONEL SAYI OLARAK İFADE ETME

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1^2}{3^2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1.1}{3.3} = \frac{1}{9}$$

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

→ ÜSSÜ NEGATİF OLAN TAM SAYI

BİR ÜSLÜ İFADEDE PAY PAYDAYA, ya da PAYDA PAYA ALINDIĞINDA ÜSSÜN İŞARETİ DEĞİŞİR.

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}}, \quad \frac{1}{a^{-n}} = a^n, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

SIFIR HARİÇ HER RASYONEL SAYININ SIFIRINCI KUVVETİ DAİMA +1 dir.

ÖRNEK

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1, \quad \left(-\frac{3}{2}\right)^0 = 1, \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^0 = 1, \quad \left(\frac{3}{2}\right)^0 = 1$$

HER RASYONEL SAYININ +1. KUVVETİ KENDİSİNE EŞİTTİR.

ÖRNEK

$$\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}, \quad \left(-\frac{3}{4}\right)^1 = -\frac{3}{4}, \quad \left(\frac{4}{1}\right)^1 = \frac{4}{1}, \quad \left(-\frac{4}{3}\right)^1 = -\frac{4}{3}$$

KESİRLERİN KUVVETLERİNİN ALINMASI

Tanım= Bir kesrin kuvveti alınırken

- Tam sayılı kesirler birleşik kesre çevrilir.
- Payın kuvveti alınır, pay olarak yazılır.
- Paydanın kuvveti alınır, payda olarak yazılır.

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

ÜSLÜ BİR SAYININ KUVVETİNİN ALINMASI

Tanım= Üslü bir sayının kuvveti alınırken
- Taban aynen alınır.
- Üsler çarpılıp tabana üs olarak yazılır.

$$\boxed{(a^n)^m = a^{n.m}}$$

ÖRNEK

$$(2^3)^4 = 2^{3.4} = 2^{12}$$

a sıfırdan farklı bir reel sayı, n pozitif bir tam sayı olmak üzere

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$ dir.

BİR KESRİN ÜSSÜ NEGATİF İSE, KESİR TERS ÇEVRİLİP ÜSSÜ POZİTİF YAPILIR

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n}$$

ÖRNEK=

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{3}\right)^3$$

HER RASYONEL SAYININ -1. KUVVETİ O SAYININ ÇARPMA İŞLEMİNE GÖRE TERSİNE EŞİTTİR.

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, \quad a, b \neq 0}$$

TEK SAYI

$$\boxed{n \in Z, \text{ ise } 2n-1 : \text{TEK SAYI}}$$

ÇİFT SAYI

$$\boxed{n \in Z, \text{ ise } 2n : \text{ÇİFT SAYI}}$$

POZİTİF RASYONEL SAYILARIN TEK VEYA ÇİFT KUVVETLERİ POZİTİFTİR.

$$\frac{a}{b} > 0 \quad 1)\ \left(\frac{a}{b}\right)^{2n} > 0 \ , \quad 2)\ \left(\frac{a}{b}\right)^{2n-1} > 0 \quad n \in Z \ , \ a,b \in Z \quad a.b \neq 0$$

ÖRNEK= $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9} > 0 \ , \ \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27} > 0$

NEGATİF RASYONEL SAYILARIN, TEK KUVVETLERİ NEGATİF, ÇİFT KUVVETLERİ POZİTİFTİR.

$$\frac{a}{b} < 0 \quad 1)\ \left(\frac{a}{b}\right)^{2n} > 0 \ , \quad 2)\ \left(\frac{a}{b}\right)^{2n-1} < 0 \quad n \in Z \ , \ a,b \in Z \quad a.b \neq 0$$

ÖRNEK=

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9} > 0$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{-2.(-2).(-2)}{3.\ 3.\ 3} = -\frac{8}{27} < 0$$

ÜSLÜ SAYILARDA ÇARPMA İŞLEMİ

1- TABANLARI AYNI ÜSLERİ FARKLI OLAN ÜSLÜ İFADELER ÇARPILIRKEN ORTAK TABAN, TABAN OLARAK ALINIR, ÜSLER TOPLANIP ORTAK TABANA ÜS OLARAK YAZILIR.

$$a^n . a^m = a^{n+m} \ , \quad a \neq 0$$

ÖRNEK= $2^3 . 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$

2- TABANLARI FARKLI ÜSLERİ AYNI OLAN ÜSLÜ İFADELER ÇARPILIRKEN, TABANLAR ÇARPIMI TABAN OLARAK ALINIR., ORTAK ÜS TABANA ÜS OLARAK YAZILIR.

$$a^n . b^n = (a.b)^n = c^n$$

ÖRNEK= $2^3 . 7^3 = (2.7)^3 = 14^3$

3- TABANLARI ve ÜSLERİ FARKLI ÜSLÜ SAYILARI ÇARPARKEN, ÖNCE SAYILARIN KUVVETLERİ ALINIR. SONRA ÇARPMA İŞLEMİ YAPILIR.

$$a^n . b^m = d . c = e \quad , \quad d = a^n , \quad c = b^m$$

ÖRNEK= $2^3 . 3^2 = (2.2.2).(3.3) = 8.9 = 72$

ÜSLÜ SAYILARDA BÖLME İŞLEMİ

1- TABANLARI AYNI, ÜSLERİ FARKLI OLAN ÜSLÜ SAYILAR (İFADELER) BÖLÜNÜRKEN, ORTAK TABAN, TABAN OLARAK ALINIR, ÜSLER ÇIKARILIP ORTAK TABAN'a ÜS OLARAK YAZILIR.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad , \quad a \neq 0$$

ÖRNEK= $2^5 \div 2^3 = 2^{5-3} = 2^2 = 4$

2- TABANLARI FARKLI ÜSLERİ AYNI OLAN ÜSLÜ SAYILAR (İFADELER) BÖLÜNÜRKEN, TABANLAR BÖLÜNÜP, TABAN OLARAK ALINIR, ORTAK ÜS TABANA ÜS OLARAK YAZILIR.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n = c^n \quad , \quad \frac{a}{b} = c$$

ÖRNEK= $\left(\frac{15^4}{5^4}\right) = \left(\frac{15}{5}\right)^4 = 3^4$

3- TABANLARI ve ÜSLERİ FARKLI OLAN, ÜSLÜ İFADELER BÖLÜNÜRKEN, ÖNCE SAYILARIN KUVVETLERİ ALINIR, SONRA BÖLME İŞLEMİ YAPILIR.

$$\frac{a^m}{b^n} = \frac{c}{d} = e \quad , \quad c = a^m , \quad d = b^n$$

ÖRNEK= $\frac{2^3}{3^2} = \frac{2.2.2}{3.3} = \frac{8}{27}$

-ÜSLÜ SAYILAR-

1) $a^m . a^n = a^{m+n}$

2) $a^m . b^m = (a.b)^m$, $(((a)^m)^n)^k = a^{mnk}$

3) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = \dfrac{1}{a^{n-m}}$

4) $a^x = a^y$, $a \neq 0$ ise $x = y$

5) $a^x = b^x$, $x = 0$, $a \neq 0$, $b \neq 0 \Rightarrow a = b$

6) $a \neq 0$ ise $a^0 = 1$

7) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, $a^n = \dfrac{1}{a^{-n}} \Rightarrow a \neq 0$

8) 0^0 = TANIMSIZ , $\frac{1}{0}$ = TANIMSIZ , $\frac{0}{0}$ = TANIMSIZ

9) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

10) $a > 0$ ise $a^n =$ n tek ise pozitif ise $a^n > 0$
n çift ise pozitif ise $a^n > 0$

$a < 0$ ise $a^n =$ n tek ise negatif ise $a^n < 0$
n çift ise pozitif ise $a^n > 0$

11) $(a^x . b^y . c^z)^k = a^{xk} . b^{yk} . c^{zk}$

13) $1^n = 1$, $(-1)^n = \begin{cases} -1 & \text{n tek ise} \\ +1 & \text{n çift ise} \end{cases}$

14) $a^x = b^y$ ise 1) $a = b$, $x = y$
2) $a = b = 1$, $x \neq y$

15) $\left.\begin{matrix} 0 < a < 1 \\ x > 0 \end{matrix}\right\}$ ise , $0 < a^n < a < 1$, $\left.\begin{matrix} n > 0 \\ a > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^n > a$

16) $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$

17) $x^2 < x \Rightarrow 0 < x < 1$

18) $x^2 > x \Rightarrow x > 1$ veya $x < -1$

19) $0^1 = 0$, $0^{-1} = \frac{1}{0}$ = TANIMSIZ , $1^{-1} = 1$, $1^1 = 1$

20) $a^{\frac{x}{2}} = \sqrt{a^x}$

21) $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$

22) $\dfrac{a^m}{a^n} \neq a^{m/n}$

23) $(a.b)^2 = (a \mp b)^2$

ÇOK BÜYÜK ve ÇOK KÜÇÜK POZİTİF SAYILAR

1- ÇOK BÜYÜK POZİTİF SAYILAR (10'un pozitif kuvvetleri)

a) BİLİMSEL GÖSTERİM

$$\left.\begin{array}{l} m \in z^+ \\ 1 \leq a < 10 \end{array}\right\} \Rightarrow a.10^m \rightarrow \text{BİLİMSEL GÖSTERİM}$$

b) İŞLEMLER

1- TOPLAMA
2- ÇIKARMA
3- ÇARPMA
4- BÖLME

$$a.10^n + b.10^n = (a+b).10^n$$
$$a.10^n - b.10^n = (a-b).10^n$$
$$(a.10^n).(b.10^p) = (a.b).10^{n+p}$$
$$(a.10^n) \div (b.10^p) = (a:b).10^{n-p}$$

2- ÇOK KÜÇÜK POZİTİF SAYILAR (10'un Negatif Kuvvetleri)

a) BİLİMSEL GÖSTERİM

$$\left.\begin{array}{l} m \in z^+ \\ 1 \leq a < 10 \end{array}\right\} \Rightarrow a.10^{-m} \rightarrow \text{BİLİMSEL GÖSTERİM}$$

b) İŞLEMLER

1- TOPLAMA
2- ÇIKARMA
3- ÇARPMA
4- BÖLME

$$a.10^{-n} + b.10^{-n} = (a+b).10^{-n}$$
$$a.10^{-n} - b.10^{-n} = (a-b).10^{-n}$$
$$(a.10^{-n}).(b.10^{-n}) = (a.b).10^{-(n+p)}$$
$$(a.10^{-n}) : (b.10^{-n}) = (a:b).10^{(-n+p)}$$

HATIRLATMA

$$-n-(-p) = -n+p$$
$$-n+(-p) = -n-p = -(n+p)$$

$$10^n = \underbrace{10.10.10\ldots\ldots 10}_{n \text{ tane}}$$